

Titre : Volumes finis pour des écoulements diphasiques compressibles/incompressibles en milieux poreux avec pression capillaire discontinue

Mot clés : milieux poreux, écoulements diphasiques immiscibles compressibles, pression capillaire discontinue, DDFV, VAG, schémas positifs nonlinéaires, existence par régularisation.

Résumé : Cette thèse porte sur le développement et l'analyse de schémas volumes finis et éléments finis pour des écoulements immiscibles, dégénérés, diphasiques en milieux poreux. Nous proposons des schémas nonlinéaires à flux localement conservatifs, garantissant la positivité des saturations et stables, sur des maillages très généraux. Premièrement, nous implémentons un schéma DDFV utilisant une discrétisation en deux temps des mobilités dans l'approximation des flux. Cela nous permet de tirer profit de la dégénérescence et d'obtenir la positivité. Des estimations d'énergie sur les gradients discrets de la pression globale et d'un terme capillaire sont obtenues. La convergence est établie grâce à une pénalisation nonlinéaire, combinée à des

arguments de compacité. Nous l'illustrons numériquement ainsi que le comportement des solutions vis-à-vis de l'anisotropie. Deuxièmement, nous donnons un cadre de travail rigoureux pour établir l'existence de solutions à des schémas stables vérifiant un principe du maximum pour des modèles couplés englobant les écoulements diphasiques. Nous régularisons les schémas et suggérons une tactique que nous appliquons à des schémas DDFV et CVFE. Enfin, nous exposons un schéma décentré amont hybride VAG pour des écoulements incompressibles avec pression capillaire discontinue. Cette approche assure la positivité des saturations ainsi que des estimations d'énergie.

Title: Finite volumes for compressible/incompressible two-phase flows in porous media with discontinuous capillary pressure

Keywords: porous media, immiscible compressible two-phase flows, discontinuous capillary pressure, DDFV, VAG, nonlinear positive schemes, existence using régularization.

Abstract: This thesis deals with the development and analysis of finite volume and finite element schemes for immiscible, degenerate, two-phase flows in porous media. We propose nonlinear schemes with locally conservative fluxes, preserving the saturation's positivity and being stable on very general meshes. First, we implement a DDFV scheme using a two-step discretization of mobilities in the fluxes approximation. This allows us to take advantage of degeneracy to obtain the positivity. We also get energy estimates on discrete gradients of the global pressure and a capillary term. Convergence is established

using a nonlinear penalty, combined with compactness arguments. We illustrate this numerically, as well as the behavior of the solutions with respect to anisotropy. Secondly, we give a rigorous framework for establishing the existence of solutions to stable schemes verifying a maximum principle for coupled models encompassing two-phase flows. We regularise the schemes and suggest a tactic that we apply to DDFV and CVFE schemes. Finally, we present a hybrid upwinding VAG scheme for incompressible flows with discontinuous capillary pressure. This approach guarantees saturation's positivity and energy estimates.